Лекция 1

Введение

Предмет физики волновых процессов.

(Определение волнового процесса. Условие квазистационарности. Основные свойства волнового процесса. Явления, характеризующие волновой процесс.)

Множество окружающих нас явлений имеет черты колебательных и волновых процессов (сейсмические волны. волны на воде, звуковые волны, упругие волны в твердых телах, радиоволны, свет, волны вероятности в квантовой механике и т.д.). Несмотря на разнообразие ситуаций и различия в их описании, можно выделить общее в протекании различных волновых процессов и сформулировать некоторые общие положения, справедливые для любых волн. Зная важнейшие свойства волн, и обнаружив в некотором явлении признаки волнового процесса, можно многое сказать об этом явлении, предсказать его поведение, даже если не совсем ясен механизм возникновения и протекания этого процесса.

Изучение общих закономерностей волн составляет предмет курса «Физика волновых процессов»

Одним из наиболее распространенных в природе видов движения является *колебание* т.е. движение, ограниченное в окрестности некоторого среднего положения, например, положения равновесия. Обычно эти движения периодические. При колебательном процессе состояние реальной системы допустимо описывать набором параметров, изменяющихся только во времени. Например, гармоническое колебание описывается обыкновенным дифференциальным

уравнением типа $\frac{d^2 S(t)}{dt^2} + \omega^2 S(t) = 0$, где ω – частота колебания.

Волновой процесс – более сложная модель движения реальных систем, состояние которых зависит не только от времени, но и от пространственных координат. Математически такой процесс описывается дифференциальным уравнением в частных производных,

например: $\frac{\partial^2 U(s,t)}{\partial s^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U(s,t)}{\partial t^2} = 0$, где с – скорость распространения

колебаний в пространстве. Т.о. *волна* – распространение колебательного процесса в пространстве, происходящее с конечной скоростью.

Условие квазистационарности: если l – характерные размеры системы, τ – время заметного изменения состояния системы, с – скорость распространения возмущений в среде, то при $l \ll c\tau$ имеем колебания, при $l \gg c\tau$ – волновой процесс.

Волны являются обычно самым быстрым способом переноса энергии без переноса вещества. Полное определение волны дать трудно, обычно подчеркиваются только основные свойства волны:

Волны – возмущения, распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью, и несущие с собой энергию без переноса вещества.

Явления, характеризующие волновой процесс:

1. перенос энергии без переноса вещества;
2. конечная скорость;
3. волны обладают импульсом, подобно движущемуся веществу;
4. диссипация (преобразование части энергии, переносимой волной, в другие виды);
5. линейность процесса (две волны не взаимодействуют друг с другом);
6. интерференция (взаимное усиление или ослабление волн при их наложении);
7. отражение от границы раздела сред;
8. дифракция (огибание препятствий);
9. преломление на границе раздела двух сред;
10. рефракция (изменение направления распространения в неоднородной среде);
11. дисперсия (разложение белого света на отдельные цвета);
12. поляризация (нарушение осевой симметрии в поперечных волнах);
13. излучение (процесс возбуждения волн в пространстве).

Некоторые из перечисленных явлений (1,6,11,12,13) присущи только волновому процессу. Ввиду того, что поведение волн отличается от поведения движущихся тел и сред, говорят, что волны *распространяются*, понимая под этим всю совокупность явлений, сопутствующих волновому процессу.

1. Свободные волны в однородной неограниченной среде

1.1 Волновое уравнение.

(Плоские волны. Гармонические волны. Уравнение Гельмгольца. Фазовый фронт, фазовая скорость, длина волны. Стоячие волны. Неоднородные плоские волны. Цилиндрические и сферические волны)

Зададим некоторое возмущение, распространяющееся в пространстве, в виде $U=U(at-bs)$, где t – текущее время; s – пространственная координата, вдоль которой распространяется возмущение, и продифференцируем 2 раза по t и 2 раза по s:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t}&=U'(at-bs)a\\ \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}&=U''(at-bs)a^2\end{aligned}\right\}(1)\qquad \left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial s}&=U'(at-bs)b\\ \frac{\partial^2 U}{\partial s^2}&=U''(at-bs)b^2\end{aligned}\right\}(2)$$

сравнивая (1) и (2) и учитывая, что $\frac{b^2}{a^2}\left[\frac{сек^2}{м^2}\right]=\frac{1}{\mathrm{v}^2}$, где v – скорость распространения возмущения, убеждаемся, что U(s,t) удовлетворяет однородному дифференциальному уравнению в частных производных второго порядка гиперболического типа (уравнению *Даламбера*), которое принято называть *волновым уравнением*:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial s^2} - \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{(1-я \textit{каноническая форма}).}$$

Перейдя к характеристическим переменным $\tau = t - \frac{s}{\mathrm{v}}$, $\eta = t + \frac{s}{\mathrm{v}}$, можем записать уравнение в виде

$$\frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial\tau\partial\eta} = 0 \quad \text{(2-я \textit{каноническая форма}).}$$

Эти уравнения описывают распространение возмущения в пространстве в виде *свободных волн.* Интегрируя последнее уравнение, находим решение в виде суперпозиции двух волн: $\mathrm{U}(s,t) = \mathrm{U}_1(\tau) + \mathrm{U}_2(\eta) = \mathrm{U}_1(t - \frac{s}{\mathrm{v}}) + \mathrm{U}_2(t + \frac{s}{\mathrm{v}})$, первая из которых является *уходящей*, а вторая – *приходящей*. Волны, соответствующие решению однородного волнового уравнения, называются *свободными волнами*.

Здесь предполагается, что U изменяется только в одном направлении s, задаваемом единичным вектором **m,** тогда s = (**mr**) (**r** – радиус-вектор точки наблюдения). В некоторый момент времени $t=t_0$ U(t-s/v)=const, если s = const. Т.к. (**mr**) = const – уравнение плоскости, то $\mathrm{U}\left(t - \frac{(\mathbf{m}\,\mathbf{r})}{\mathrm{v}}\right)$ представляет собой *плоскую волну*, бегущую в направлении **m.** Аргумент τ определяет *фазу* волны. Плоскость, на которой фаза постоянна (*фазовый фронт, поверхность равных фаз*) перемещается в пространстве со скоростью v (*фазовая скорость*).

Функция F удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца и в том случае, если $\mathbf{k}=\mathbf{k}'+i\mathbf{k}''$ но при условии, что $|\mathbf{k}|^2 = k^2$ вещественно, т.е. $(\mathbf{k}'\mathbf{k}'') = 0$, а $|\mathbf{k}'|^2-|\mathbf{k}''|^2 = k^2$. В этом случае решение

$$\mathrm{U}(\mathbf{r},t) = \mathrm{U}_0\, e^{-(\mathbf{k}''\mathbf{r})} e^{-i(\omega t - (\mathbf{k}'\mathbf{r}))}$$

описывает *неоднородную плоскую гармоническую волну*, у которой *поверхность равных фаз* и *поверхность равных амплитуд* – плоскости, *ортогональные* друг другу, а скорость меньше, чем у однородной волны с той же частотой и в той же среде.

Для произвольной зависимости от координат однородное волновое уравнение имеет следующий вид: $\nabla^2 U - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$. Чтобы плоская волна распространялась в направлении оси x (в прямоугольной системе координат), должно выполняться $\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$, т.е. источником плоской волны является бесконечная плоскость $y0z$.

В цилиндрических координатах

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}.$$

Если возмущение исходит от бесконечного цилиндра, то $\frac{\partial}{\partial \varphi} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$, и волновое уравнение имеет вид

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r} r\frac{\partial U}{\partial r}\right) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0.$$

После несложных преобразований его можно привести к виду: $\frac{\partial^2\left(\sqrt{r}\cdot U\right)}{\partial r^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\left(\sqrt{r}\cdot U\right)}{\partial t^2} = 0 + \frac{\sqrt{r}\,U}{r^2}$. При больших значениях r имеем $\frac{\partial^2\left(\sqrt{r}\cdot U\right)}{\partial r^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\left(\sqrt{r}\cdot U\right)}{\partial t^2} = 0$. Решением этого уравнения является $U(r,t) = \frac{U_{1,2}(r \pm vt)}{\sqrt{r}}$, откуда следует, что поверхность равных фаз – цилиндр, а амплитуда волны убывает пропорционально $\sqrt{r}$. Такая волна называется *цилиндрической*.

В сферических координатах

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\,U) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\frac{\partial U}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}$$

При точечном источнике $\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ и волновое уравнение можно представить в виде:

$$\frac{\partial^2 (r\,U)}{\partial r^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(r\,U) = 0.$$

Его решение – $U = \frac{U_{1,2}(r \pm vt)}{r}$. В этом случае поверхность равных фаз – сфера, и амплитуда уходящей волны убывает как $\frac{1}{r}$. Такая волна называется *сферической.*